|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | |
| Федеральное государственное бюджетное  образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный технический университет» | | |
|  | | |
| Кафедра прикладной математики | | |
| Лабораторная работа №1 | | |
| по дисциплине «Уравнения математической физики» | | |
| **Решение эллиптических краевых задач методом конечных разностей** | | |
|  | | |
|  |  |  |
| Группа ПМ-92 | Артюхов Роман |
| Вариант 7 |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| Преподаватели | Задорожный А. Г. |
|  | Патрушев и. и. |
| Новосибирск, 2022 | | |

Цель работы:

Разработать программу решения эллиптической краевой задачи методом конечных разностей. Протестировать программу и численно оценить порядок аппроксимации.

Задача (вариант 7):

Область имеет Г-образную форму. Предусмотреть учет первых и вторых краевых условий.

Уравнение: 

Краевые условия:



Анализ:

Производные первого порядка, аппроксимированные следующими конечными разностями первого порядка:



Пусть область двумерная и определена прямоугольная сетка как совокупность точек.

Тогда для двумерного оператора Лапласа:



Дискретный аналог на неравномерной прямоугольной сетке может быть определен пятиточечным разностным выражением:



Подставив в уравнение, получим:



Учет краевых условий:

Для узлов, расположенных на границе S1, на которых заданы краевые условия первого рода, соответствующие разностные уравнения заменяются соотношениями, точно передающими краевые условия, т.е. диагональные элементы матрицы, соответствующие этим узлам, заменяются на 1, а соответствующий элемент вектора правой части заменяется на значение ug функции в этом узле.

Если расчетная область представляет собой прямоугольник со сторонами, параллельными координатным осям, то направление нормали к границе S2, на которых заданы краевые условия второго рода, совпадает с одной из координатных линий, и тогда методы аппроксимации производной по нормали (которая в этом случае будет равна либо, либо ) сводятся к одномерным.